

## Практическая работа № 10

### Расчеты на прочность при изгибе

**Цель работы:** сформировать практические навыки построения эпюр поперечных сил  $Q$  и изгибающих моментов  $M$ , научиться производить расчеты на прочность балки при изгибе.

#### План работы:

- 1 Ознакомиться с теоретическими сведениями
- 2 Решить задачу
- 3 Оформить работу
- 4 Записать вывод

#### Основные положения и расчетные формулы при изгибе

- 1 Изгибающий момент в сечении

$$M_{\text{и}} = \sum_0^{\text{и}} m_i$$

- 2 Поперечная сила в сечении:

$$Q = \sum_0^{\text{и}} F_{iy}$$

- 3 Правило знаков:

–Поперечных сил



–Изгибающих моментов



- 4 Правила построения эпюр.

**Для эпюр поперечных сил:**

А) На участке, нагруженном равномерно распределительной нагрузкой, эпюра изображается прямой, наклонной к оси балки.

Б) На участке, свободном от распределенной нагрузки, эпюра изображается прямой, параллельной оси балки.

В) В сечении балки, где приложена сосредоточенная пара сил, поперечная сила не изменяет своего значения.

Г) В сечении, где приложенная сила, эпюра поперечных сил меняется на значение, равное приложенной силе.

Д) В конечном сечении балки поперечная сила численно равна сосредоточенной силе, приложенной в этом сечении. Если в конечном сечении балки не приложена сосредоточенная сила, то поперечная сила в этом сечении равна нулю.

**Для эпюр изгибающих моментов:**

А) На участке, нагруженном равномерно распределенной нагрузкой, эпюра моментов изображается параболой.

Б) На участке, свободном от равномерно распределенной нагрузки, эпюра моментов изображается прямой линией.

В) В сечении балки, где приложена сосредоточенная пара сил (момент), изгибающий момент меняется скачкообразно на значение, равное моменту приложенной пары.

Г) Изгибающий момент в конечном сечении балки равен нулю, если в нем не приложена сосредоточенная пара сил (момент). Если же в конечном сечении приложен момент, то изгибающий момент в этом сечении равен внешнему моменту.

Д) На участке, где поперечная сила равна нулю, балка испытывает изгиб, и эпюра изгибающих моментов изображается прямой, параллельной оси балки.

Е) Для построения эпюр проводят нулевую линию под изображением балки. При построении эпюры поперечных сил положительные значения откладывают вверх от нулевой линии, а отрицательные – вниз. При построении эпюры изгибающих моментов положительные значения откладываются вниз от нулевой линии, а отрицательные – вверх.

5 Условие прочности

$$\sigma = \frac{M}{W_x} < [\sigma]$$

6 Единицы переводов

$$1 \text{ кН} = 10^3 \text{ Н}$$

$$1 \text{ м} = 10^3 \text{ мм}$$

$$1 \text{ МПа} = 1 \text{ Н/мм}^2$$

$$1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$$

## Задание

Для стальной балки, жестко защемленной одним концом и нагруженной, как показано на рисунке (схемы 1 - 10), построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Принять из условия прочности необходимый размер двутавра (приложение А), считая  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ . Данные для своего варианта взять из таблицы 1. Расчетные схемы даны на рисунке 1. Варианта определяется по последней цифре шифра студента – заочника.

Таблица 1 - Варианты заданий

Вариант	Схема	$F_1, \text{кН}$	$F_2, \text{кН}$	$M, \text{кН}\cdot\text{м}$
1	1	2	1	4
2	2	3	2	2
3	3	4	2	6
4	4	1,5	4	5
5	5	3	2	8
6	6	6	1.5	4
7	7	2	6	5
8	8	1	8	9
9	9	2	10	8
10	10	5	2	10

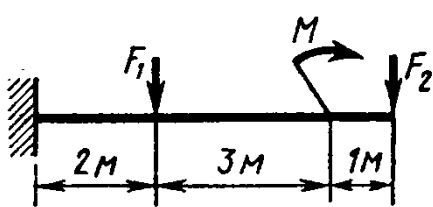


Схема 1

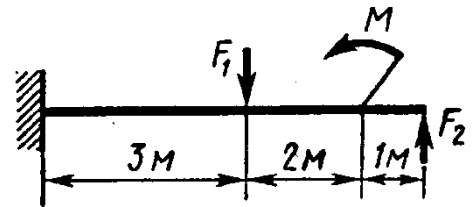


Схема 2

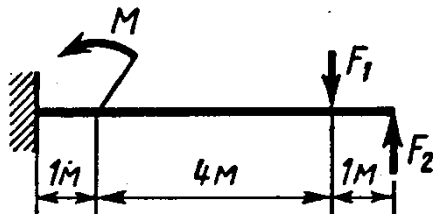


Схема 3

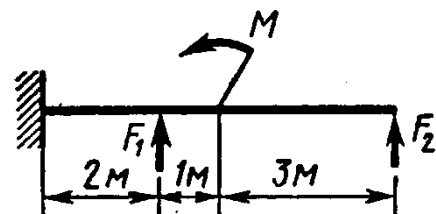


Схема 4

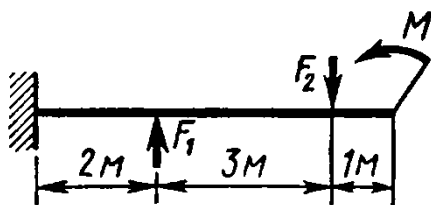


Схема 5

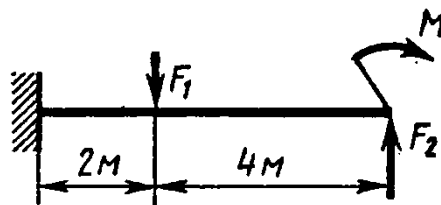


Схема 6

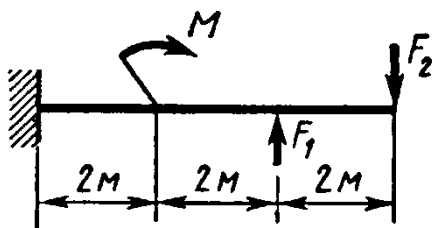


Схема 7

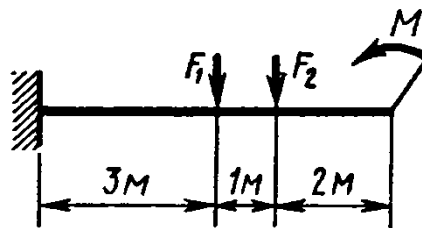


Схема 8

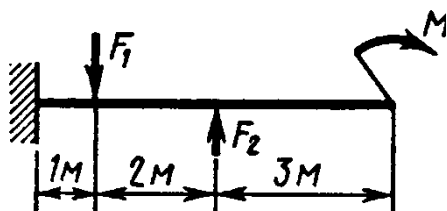


Схема 9

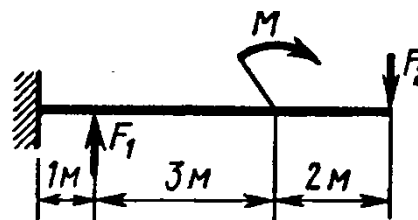


Схема 10

Рисунок 1 – Схемы балок

### Порядок выполнения практической работы

- 1 Вычертить расчетную схему балки
- 2 Определить значения поперечной силы и изгибающих моментов в характерных точках
- 3 Построить эпюру – Q;
- 4 Построить эпюру – M;
- 5 Определить положение опасного сечения балки и внутренние силовые факторы, действующие в нем;
- 6 Из расчета на прочность по нормальным напряжениям при изгибе определить размер поперечного сечения двутавровой балки

### Пример решения задачи

Для заданной консольной балки (рисунок 2) построить эпюры поперечных сил Q и изгибающих моментов  $M_{из}$ , подобрать сечение по сортаменту. Поперечное сечение – двутавр,  $[\sigma]=160$  МПа.

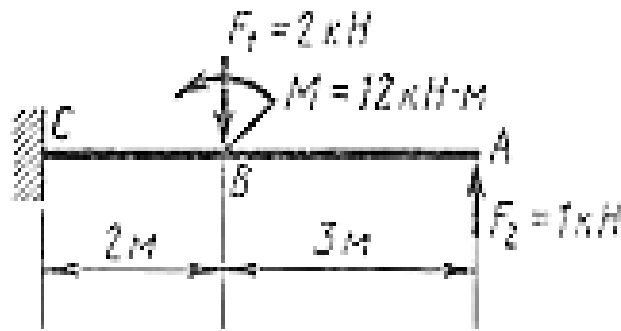


Рисунок 2 - Схема консольной защемленной балки

### Решение:

1 Обозначим характерные точки буквами А, В и С. О

Для балки с защемленным концом можно не определять опорных реакций. Балка нагружена сосредоточенными силами  $F_1$ ,  $F_2$  и внешним моментом  $M$ . (рисунок 2). Определение внутренних силовых факторов для построения эпюр будем вести от свободного конца балки.

От свободного конца балки обозначим характерные сечения балки (точки приложения сил и момента) латинскими буквами А, В и С

Делим балку на участки по характерным сечениям (точкам) А, В, С (рисунок 2)

Имеем два силовых участка (АВ и ВС) и на каждом из них, применяя метод сечений, будем рассматривать равновесие части балки, используя формулы и правило знаков для расчета внутренних силовых факторов. Рассматривать будем только правые от сечений части, т.к. в левые войдут реакции в заделке, что несколько усложняет вычисления.

2 Определяем значения поперечной силы  $Q$  в характерных сечениях

$$Q_A^{\text{пр}} = 0;$$

$$Q_A^{\text{лев}} = -F_2 = -1 \text{ кН};$$

$$Q_B^{\text{пр}} = -F_2 = -1 \text{ кН};$$

$$Q_B^{\text{лев}} = -F_2 + F_1 = -1 + 2 = 1 \text{ кН}.$$

Откладывая на границах участков в сечениях С, В и А значения полученных ординат  $Q$ , строим эпюру. Ординаты эпюры  $Q$ , кН со знаком плюс (+) будем откладывать вверх от нулевой (базовой) линии, со знаком (-) – вниз от нулевой линии (рисунок 3).

3 Определяем значения изгибающего момента  $M$  в характерных сечениях

$$M_{иА} = 0;$$

$$M_{иВ}^{\text{пр}} = F_2 \cdot АВ = 1 \cdot 3 = 3 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{иВ}^{\text{лев}} = F_2 \cdot АВ + M = 1 \cdot 3 + 12 = 15 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{иС}^{пр} = F_2 \cdot AC + M - F_1 \cdot BC = 1 \cdot 5 + 12 - 2 \cdot 2 = 13 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Откладывая на границах участков в сечениях С, В и А значения полученных ординат  $M_{и}$ , строим эпюру. Ординаты эпюры  $M_{и}$  со знаком плюс (+) будем откладывать вверх от нулевой (базовой) линии, со знаком (-) – вниз от нулевой линии (рисунок 3).

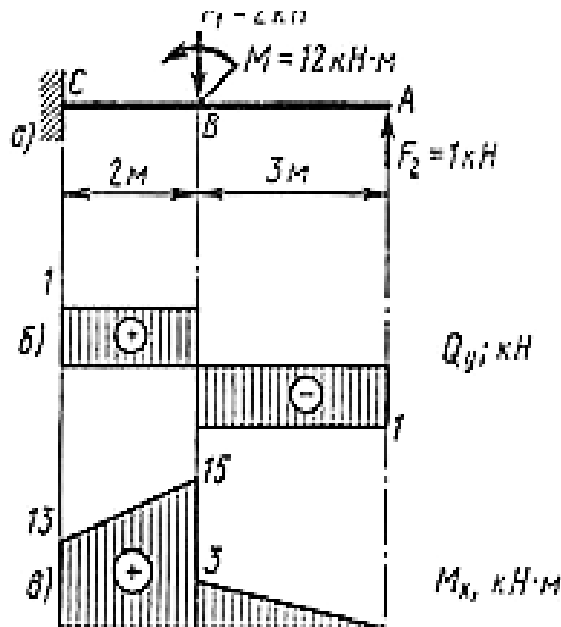


Рисунок 3 – Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов

4 Более нагруженным оказалось сечение в точке В, оно и является опасным.

Исходя из эпюры  $M_{и}$

$$M_{и\max} = 15 \text{ кН} \cdot \text{м} = 15 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм};$$

Условие прочности

$$\sigma = \frac{M}{W_x} < [\sigma]$$

где  $M = M_{и\max}$  – наибольший (максимальный) изгибающий момент в опасном сечении, Н·м

$W_x$  – момент сопротивления опасного сечения,  $\text{м}^3$

$[\sigma]$  – допускаемые напряжения материала при изгибе, МПа.

$$W_x = \frac{M_{и\max}}{[\sigma]} = \frac{15 \cdot 10^6}{160} = 93700 \text{ мм}^3 = 93,7 \text{ см}^3$$

В соответствии с ГОСТ 8239-72 выбираем двутавр № 16  $W_x = 109 \text{ см}^3$  (см. приложение А).

## 5 Имеем напряжение

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\text{и max}}}{W_x} = \frac{15 \cdot 10^6}{109 \cdot 10^3} = 138 \text{ Па}$$

Расхождение значений (взятое по абсолютной величине без учета знака) составит

$$\delta = \left| \frac{\sigma_{\max} - [\sigma]}{[\sigma]} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{160 - 138}{160} \right| \cdot 100\% \cong 14\%$$

Полученное расхождение значений превышает допустимое  $[\delta] = 5\%$

**Ответ:** сечение балки - двутавр № 16.

## Указания по оформлению работы

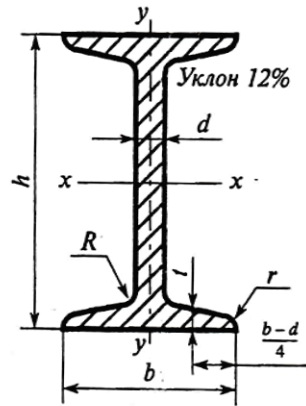
Работа выполняется в тетрадях для практических работ или на двойных листах в клеточку (в тетрадном варианте). Оформление работы должно соответствовать требованиям учебного процесса. Текст работы выполняется синей или черной пастой, четким, аккуратным почерком. Последовательность расчетов должна соответствовать примеру. После написания формулы необходимо указать параметры, входящие в формулу. Все расчеты должны быть выполнены в системе СИ.

## Список литературы

- 1 Основы технической механики Учебник для технологических немашиностроительных специальностей техникумов и колледжей / М.С. Мовнин, А.Б. Израелит, А.Г. Рубашкин; Под ред. П.И. Бегуна. - 6-е изд., - СПб.: Политехника, 2013 -286 с.: ил
- 2 Аркуша А.И. Техническая механика: Теоретическая механика и сопротивление материалов: Учебник. Изд. 9-е – М.: ЛЕНАНД, 2016. – 352 с.
- 3 Олофинская В.П. Техническая механика: Курс лекций с вариантами практических и тестовых заданий. – М.: Форум: Инфра-М, 2007. – 349 с.

## Приложение А

Таблица А2 – Сталь горячекатаная. Балки двутавровые. ГОСТ 8239 - 89





Номер балки	Масса 1 м, кг	Размеры						Площадь $A, \text{см}^2$	Справочные величины для осей						
		$h$	$b$	$d$	$t$	$R$	$r$		$x-x$				$y-y$		
									$J_x$	$W_x$	$i_x$	$S_x$	$J_y$	$W_y$	$i_y$
		мм							$\text{см}^4$	$\text{см}^3$	см	$\text{см}^3$	$\text{см}^4$	$\text{см}^3$	см
10	9,46	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	11,5	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	13,7	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	15,9	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	18,4	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
18a	19,9	180	100	5,1	8,3	9,0	3,5	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12
20	21,0	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	1840	184	8,28	104,0	115	23,1	2,07
20a	22,7	200	100	5,2	8,6	9,5	4,0	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32
22	24,0	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
22a	25,8	220	120	5,4	8,9	10,0	4,0	32,8	2790	254	9,22	143	143	34,3	2,50
24	27,3	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24a	29,4	240	125	5,6	9,8	10,5	4,0	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63
27	31,5	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27a	33,9	270	135	6,0	10,2	11,0	4,5	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80
30	36,5	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30a	39,2	300	145	6,5	10,7	12,0	5,0	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95
33	42,2	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	48,6	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	57,0	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03
45	66,5	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09
50	78,5	500	170	10,0	15,2	17,0	7,0	100,0	39727	1587	19,9	919	1043	123	3,23
55	92,6	550	180	11,0	16,5	18,0	7,0	118	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39
60	108	600	190	12,0	17,8	20,0	8,0	138	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54